

Simulation de la nage d'un poisson avec changement de direction représenté par un corps déformable

S. A. GHAFARI, S. VIAZZO, K. SCHNEIDER, P. BONTOUX¹

Laboratoire M2P2-UMR 7340-CNRS, Aix-Marseille Université et Centrale Marseille

Résumé :

Une méthode numérique précise et efficace est proposée pour la simulation de corps déformables interagissant avec un écoulement incompressible. Les équations de Navier–Stokes, sont discrétisées temporellement et spatialement à l'aide respectivement d'un schéma d'ordre quatre de Runge–Kutta et par des différences finies compactes. Grâce à l'utilisation d'un maillage uniforme, nous proposons un nouveau solveur direct au quatrième ordre pour l'équation de Poisson, permettant de garantir la contrainte d'incompressibilité au niveau du zéro machine sur une grille à pas d'espace optimale. L'introduction d'un corps déformable et mobile dans l'écoulement de fluide est réalisée au moyen d'une méthode de pénalisation de volume. Une loi de contrôle efficace de la courbure d'un poisson anguilliforme nageant vers un objectif prescrite est proposée. La méthode numérique développée prouve son efficacité et précision tant dans le cas de la nage du poisson mais aussi plus généralement dans le cas d'un grand nombre de problèmes d'interactions fluide–structure.

Abstract :

We present an efficient algorithm for simulation of deformable bodies interacting with two-dimensional incompressible flows. The temporal and spatial discretizations of the Navier–Stokes equations are based on classical fourth-order Runge–Kutta method and compact finite differences, respectively. Using a uniform Cartesian grid we benefit from the advantage of a new fourth-order direct solver for the Poisson equation to ensure the incompressibility constraint down to machine zero on an optimal grid. For introducing a deformable body in fluid flow, the volume penalization method is used. An efficient law for controlling the curvature of an anguilliform fish, swimming toward a prescribed goal, is proposed which is based on the geometrically exact theory of nonlinear beams and quaternions. Validation of the developed method shows the efficiency and expected accuracy of the algorithm for fish-like swimming and also for a variety of fluid–solid interaction problems.

Mots clefs : Solveur Poisson direct - Interaction fluide et corps déformables
- Méthode de pénalisation - nage du poisson

¹Auteur correspondant: bontoux@L3M.univ-mrs.fr

1 Introduction

Dans cette étude, une méthode numérique précise et efficace est proposée pour la simulation de corps déformables interagissant avec un écoulement incompressible. L'application principale de cet algorithme concerne la simulation numérique de la nage d'un poisson. La quantification de l'écoulement autour des animaux aquatiques est une difficulté, quant à sa modélisation et à sa simulation, dans le domaine de la mécanique des fluides numérique. Avec plus de 32000 espèces différentes, un des problèmes est la représentation de la cinématique du poisson. La simulation de l'écoulement incompressible est aussi une problématique où l'efficacité du solveur de Poisson devient crucial. Le troisième problème est le couplage entre le fluide et le corps déformable et mobile. Un poisson nage en exerçant des forces et des moments dans l'eau qui l'environne, en s'opposant à la résistance hydrodynamique (traînée). Dans certains cas, e.g., la nage anguilliforme, un mouvement ondulatoire du corps se développe de la tête vers la queue. L'amplitude de cet oscillation augmente au fur et à mesure qu'elle se propage vers la queue. La majorité des poissons nagent grâce à une ondulation et oscillation de leur corps et de leurs nageoires (ailette/aileron). Dans l'étude présente, pour répondre aux problèmes posés, les équations de Navier–Stokes, sont considérées dans leur formulation vorticité fonction de courant. Ensuite, elles sont discrétisées temporellement et spatialement à l'aide respectivement d'un schéma d'ordre quatre de Runge–Kutta et par des différences finies compactes. Conjointement à l'utilisation d'un maillage uniforme, nous proposons un nouveau solveur direct au quatrième ordre pour l'équation de Poisson, permettant de garantir la contrainte d'incompressibilité au niveau du zéro machine sur une grille à pas d'espace optimale. L'introduction d'un corps déformable et mobile dans l'écoulement de fluide est réalisée au moyen d'une méthode de pénalisation de volume. La déformation du corps est imposée par l'utilisation d'un maillage lagrangien structuré et mobile qui interagit avec le fluide environnant en raison des forces hydrodynamiques et du moment (calculés sur le maillage eulérien de référence). Une loi efficace de contrôle de la courbure d'un poisson anguilliforme nageant vers un objectif prescrit est proposée. La loi de contrôle est utilisée pour changer la direction du poisson et elle est basée sur la théorie exacte des poutres non-linéaires.

2 Modèle mathématique

Les équations de Navier–Stokes gouvernent les écoulements incompressibles et newtoniens. En utilisant les variables primitives, elles sont composées des équations de quantité de mouvement :

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho_f} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{F} \quad , \quad \mathbf{x} \in \Omega \in \mathbb{R}^3 \quad (1)$$

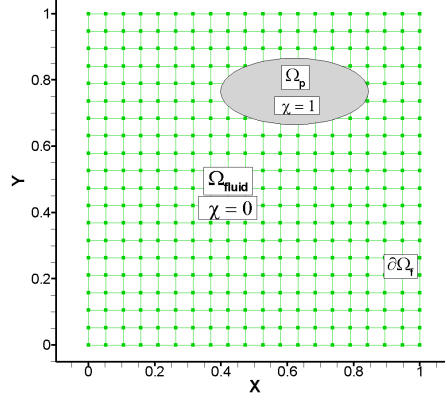


Figure 1: Domaine de la solution et du corps immergé, $\Omega = \Omega_f \cup \Omega_p$.

et de continuité :

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

Pour les écoulements bidimensionnels, les équations de Navier–Stokes (1) - (2) sont considérées dans leur formulation vorticité et fonction de courant :

$$\partial_t \omega + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \omega = \nu \nabla^2 \omega + \nabla \times \mathbf{F} \quad , \quad \mathbf{x} \in \Omega \in \mathbb{R}^2 \quad (3)$$

où $\omega(\mathbf{x}, t) = \nabla \times \mathbf{u} = v_x - u_y$ est la vorticité. Le champ de vitesse est donné par

$$\mathbf{u} = (u, v) = (\partial_y \psi, -\partial_x \psi)$$

où ψ est la fonction de courant, satisfaisant une équation de Poisson :

$$-\nabla^2 \psi = \omega \quad (4)$$

qui garantit la contrainte d'incompressibilité (2). Dans cette étude, l'introduction d'un corps déformable et mobile dans l'écoulement de fluide est réalisée au moyen d'une *méthode de pénalisation de volume* proposée par Arquis (1984) [3], Angot et al. (1999) [7] puis Khadra et al. (2000) [8]. Le terme de pénalisation sur la vitesse est défini par :

$$\mathbf{F} = -\eta^{-1} \chi (\mathbf{u} - \mathbf{u}_B) \quad (5)$$

où $\mathbf{u}_B(\mathbf{x}, t)$ est le champ de vitesse imposé dans le corps déformable, χ est la fonction caractéristique de l'objet et η est le coefficient de perméabilité. La fonction caractéristique χ est définie comme :

$$\chi(\mathbf{x}, t) = \begin{cases} 1 & \mathbf{x} \in \Omega_p \\ 0 & \mathbf{x} \in \Omega_f \end{cases} \quad (6)$$

où Ω_f représente le domaine fluide et Ω_p représente le corps solide ou déformable immergé dans le fluide. La fonction caractéristique χ est sans dimension et décrit le corps immergé dans le fluide, comme illustré sur la FIGURE 1.

Notons par ailleurs que Pasquetti et al. (2008) [11], Minguez (2008) [13] et quelques autres chercheurs proposent d'utiliser une fonction caractéristique filtrée $\bar{\chi}$, pour stabiliser le schéma de discrétisation, surtout en utilisant des schémas d'ordre élevé. Pasquetti et al. (2008) [11] rappellent que le filtrage de type “*raised cosine*” utilisé dans la thèse de Forestier (2000) [9] (communément utilisé dans l'espace spectral) s'écrit dans l'espace physique comme :

$$\bar{\chi}_{i,j} = (2\chi_{i,j} + \chi_{i+1,j} + \chi_{i-1,j} + \chi_{i,j+1} + \chi_{i,j-1})/6 \quad (7)$$

Ce filtre est aussi utilisé par Shuman (1957) [1] en météorologie.

3 Dynamique d'un objet mobile

Outre la possibilité de modéliser des géométries complexes sur des maillages cartésiens à moindre coût, la méthode de pénalisation a l'avantage de donner facilement accès aux forces et moments hydrodynamiques qui s'exercent sur le corps, sans intégration du tenseur des contraintes σ sur la surface du corps. Angot et al. (1999) [7] montrent que les forces sont données par :

$$\mathbf{F} = \oint_{\partial\Omega_s} \sigma \cdot \mathbf{n} \, dl = \lim_{\eta \rightarrow 0} \frac{\rho_f}{\eta} \int_{\Omega_s} \chi(\mathbf{u} - \mathbf{u}_B) \, ds + \rho_f S_{pen} \ddot{\mathbf{X}}_{ref} \quad (8)$$

Le moment $[N.m]$ appliqué est donné similairement par :

$$M_{ref} = \oint_{\partial\Omega_s} \mathbf{r} \times \sigma \cdot \mathbf{n} \, dl = \lim_{\eta \rightarrow 0} \frac{\rho_f}{\eta} \int_{\Omega_s} \chi \mathbf{r} \times (\mathbf{u} - \mathbf{u}_B) \, ds + \frac{\rho_f}{\rho_s} I_{zz} \ddot{\theta}_{ref} \quad (9)$$

où $I_{zz} = \int \mathbf{r}^2 dm$ est le moment d'inertie du corps autour d'un point de référence, \mathbf{n} est le vecteur unité dirigé vers l'extérieur de le corps normal à $\partial\Omega_s$, θ est l'angle de rotation par rapport au point de référence, les points représentent la dérivée seconde temporelle et S_{pen} est la surface de la zone pénalisée.

Dans le cas des problèmes d'interaction fluide-structure, l'utilisation de la méthode de pénalisation de volume avec une résolution modérée et les calculs numériques des coefficients hydrodynamiques dérivés des approximations (8) et (9), entraîne des oscillations des coefficients hydrodynamiques au cours des processus itératifs qui perturbent la convergence du calcul. Les oscillations produisent des bruits numériques qui peuvent provoquer la divergence de la solution ou la convergence vers une solution imprécise. Une méthode efficace pour éliminer ces bruits consiste à appliquer un filtre passe-bas comme *lissage exponentiel d'ordre deux* qui est utilisé régulièrement pour filtrer les données temporelles, introduit par Holt (1957) [2] :

$$\hat{F}^n = \alpha F^n + (1 - \alpha)(\hat{F}^{n-1} + b^{n-1}) \quad , \quad n = 3, 4, \dots \quad (10)$$

$$b^n = \beta(\hat{F}^n - \hat{F}^{n-1}) + (1 - \beta)b^{n-1}, \quad (\alpha, \beta) \in [0, 1] \quad (11)$$

où $\hat{F}^1 = F^1$, pour $n = 2$ on peut utiliser les équations (10) et (11) avec $\alpha = \beta = 1$. Par la suite $\alpha = 1 - (1 - \delta)^2$ et $\beta = \delta^2/\alpha$ peuvent être utilisés où le paramètre de filtrage δ représente une gamme étroite ($\delta \ll 1$). Selon notre expérience $\delta \in [10^{-4}, 10^{-2}]$ peut être utilisé pour le filtrage des coefficients hydrodynamiques. Les valeurs plus faibles ajoutent un effet d'amortissement relativement fort sur le mouvement de corps. Néanmoins, en utilisant des valeurs plus grandes il y a des risques de divergence dans les simulations. Une analyse de sensibilité est cependant nécessaire pour obtenir des résultats fiables.

La dynamique d'un corps immergé dans un fluide est gouvernée par la loi de Newton :

$$\Sigma(\mathbf{F}_H + \mathbf{F}_G) = m\ddot{\mathbf{X}}_{ref} \quad (12)$$

où les forces appliquées sont décomposées en deux composantes, i.e., les forces hydrodynamiques \mathbf{F}_H et les forces dues à la gravité $\mathbf{F}_G = S_{pen}(\rho_b - \rho_f)\mathbf{g}$. La loi de Newton peut directement être intégrée, pour donner les positions du centre de gravité (cg) au cours du temps. Assumons que \mathbf{F} est constant durant un pas de temps discret (t^n, t^{n+1}) , on obtient alors

$$\Delta \mathbf{X}_{ref} = \frac{1}{2} \frac{\mathbf{F}^n}{m} \Delta t^2 + \mathbf{V}^n \Delta t \quad (13)$$

et $V^{n+1} = V^n + \ddot{X} \Delta t$. Le mouvement relationnel d'un objet est décrit par loi d'Euler :

$$\Sigma M_{ref} = \frac{d}{dt}(J_{ref} \dot{\theta}) \quad (14)$$

où M_{ref} est le moment appliqué autour d'un point de référence. Si le point de référence choisi n'est pas identique avec le centre de gravité (cg), le moment dû à la force de gravité (flottabilité) doit être rajouté à ΣM_{ref} dans l'équation (14). En présence des forces volumiques, le choix du centre de gravité (cg) comme point de référence permet de simplifier les calculs du moment, i.e., seulement le moment dû aux forces hydrodynamiques \mathbf{F}_H , doit être intégré autour du point de référence.

Dans cette étude, le centre de gravité (cg) est utilisé comme point de référence pour les simulations de sédimentation des objets considérés, comme la chute d'une ellipse ou d'un cylindre dans un fluide. Cependant pour les simulations de nage de poisson ($\rho_b = \rho_f$) la flottabilité est égale à zéro et n'a pas de rôle. C'est pourquoi le choix de la tête du poisson comme point de référence peut simplifier l'intégration des équations (28), (30) et (32), pour obtenir la cinématique de la colonne vertébrale, sans avoir besoin du moment dû à la flottabilité. L'intégration temporelle de l'équation (14) sans prendre en compte les variations de moment d'inertie et M_{ref} , donne le nouvel angle du corps considéré

par rapport au point de référence

$$\Delta\theta = \frac{1}{2}\ddot{\theta}^n \Delta t^2 + \dot{\theta}^n \Delta t \quad (15)$$

où $\ddot{\theta} = M/J$ et $\dot{\theta}^{n+1} = \dot{\theta}^n + \ddot{\theta}\Delta t$ (les points représentent les dérivées temporelles). Les équations (13) et (15) décrivent un mouvement avec trois degrés de liberté pour le corps considéré. Les équations (8) et (9) fournissent les forces et le moment exercés pour l'intégration du système des équations aux dérivées partielles (EDP) formé par les équations (12) et (14). Le filtrage des coefficients hydrodynamiques, doit être fait selon l'équation (10). Des conditions initiales convenables sont nécessaires. Dans cette étude, on utilise un schéma d'ordre un $O(1)$ pour l'intégration temporelle des équations de la dynamique. La même méthode d'intégration est utilisée par Kolomenskiy et Schneider (2009) [15] et Gazzola et al. (2011) [17] pour la dynamique d'un corps mobile où la pénalisation de volume est également utilisée.

4 Discrétisation temporelle et spatiale

L'équation (3) est discrétisée temporellement à l'aide d'un schéma classique d'ordre quatre de type *Runge-Kutta* (RK4). Pour la discrétisation spatiale, des schémas aux *différences finies compactes* d'ordre deux et quatre, présentés par Lele (1992) [5], sont utilisés. Sur une maille uniforme avec un pas d'espace égal à h , la dérivée première avec différents ordres de précision peut se construire avec :

$$\beta f'_{i-2} + \alpha f'_{i-1} + f'_i + \alpha f'_{i+1} + \beta f'_{i+2} = a \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h} + b \frac{f_{i+2} - f_{i-2}}{4h} + c \frac{f_{i+3} - f_{i-3}}{6h} \quad (16)$$

et similairement pour la dérivée seconde on a :

$$\beta f''_{i-2} + \alpha f''_{i-1} + f''_i + \alpha f''_{i+1} + \beta f''_{i+2} = a \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{h^2} + b \frac{f_{i+2} - 2f_i + f_{i-2}}{4h^2} + c \frac{f_{i+3} - 2f_i + f_{i-3}}{9h^2} \quad (17)$$

on se réfèrera à Lele (1992) [5] pour les coefficients et leur traitements près des bords. En choisissant $\alpha = \beta = 0$ dans les équations (16) et (17) des schémas explicites en résultent. Avec $\beta \neq 0$ ou $\alpha \neq 0$ les schémas sont implicites et de la forme :

$$[A]\mathbf{f}' = \mathbf{R}$$

Dans ce cas, un système linéaire d'équations est obtenu avec cinq diagonales (pentadiagonal) pour la matrice des coefficients $[A]$. Avec $\beta = 0$ le système linéaire d'équations obtenu comporte trois diagonales (tridiagonal) pour la matrice des coefficients $[A]$. Les systèmes d'équations linéaires, avec matrice des co-

efficients à trois ou cinq diagonales, peuvent être résolus avec des méthodes efficaces. Deux algorithmes directs de décomposition inférieure-supérieure (Lower-Upper) sont présentés dans l'annexe de [20].

5 Solveur Poisson rapide

Du fait de l'utilisation d'un maillage uniforme (à pas d'espace identique), nous proposons un nouveau solveur direct au quatrième ordre pour l'équation de Poisson, permettant de maintenir la contrainte d'incompressibilité au niveau du zéro machine sur une grille à pas d'espace optimale. Pour déduire un schéma compact d'ordre quatre, pour l'équation de Poisson $-\nabla^2\psi = \omega$, sur un maillage uniforme de dimension $N_x \times N_y$, on utilise l'approximation suivante :

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = \delta_x^2\psi - \frac{\Delta x^2}{12} \frac{\partial^4\psi}{\partial x^4} + O(\Delta x^4) \quad (18)$$

pour la direction x , où δ_x^2 représente une approximation centrée d'ordre deux pour la dérivée seconde. En remplaçant (18) dans l'équation de Poisson, on obtient :

$$(\delta_x^2 - \frac{\Delta x^2}{12} \frac{\partial^4}{\partial x^4} + \partial_{yy})\psi = -\omega \quad (19)$$

En raison de la présence du facteur Δx^2 dans la dérivée d'ordre quatre, ce terme ne peut pas être négligé et doit être évalué avec un schéma d'ordre deux. Cependant la totalité de l'approximation correspond à une précision d'ordre quatre. La dérivée quatrième peut être évaluée en utilisant l'équation de Poisson originale, $-\nabla^2\psi = \omega$, et deux fois de différenciation successive par rapport à x , c'est-à-dire, $\partial_{xx}\partial_{xx}\psi = -\partial_{xx}\partial_{yy}\psi - \partial_{xx}\omega$. En remplaçant ∂_{xx} par δ_x^2 , on trouve :

$$(\delta_x^2 + \frac{\Delta x^2}{12} \delta_x^2 \partial_{yy} + \partial_{yy})\psi = -\omega - \frac{\Delta x^2}{12} \delta_x^2 \omega \quad (20)$$

En appliquant la transformée de Fourier à l'équation (20) dans la direction y et en remplaçant la dérivée seconde par $-k_y^2 \hat{\psi}$ dans l'espace de Fourier, on obtient

$$(\delta_x^2 - \frac{\Delta x^2}{12} \delta_x^2 k_y'^2 - k_y'^2) \hat{\psi} = -\hat{\omega} - \frac{\Delta x^2}{12} \delta_x^2 \hat{\omega} \quad (21)$$

Orlandi (2000) [10] propose de remplacer le nombre d'onde exact par le nombre d'onde modifié $k_y'^2$ qui permet d'adapter l'approximation spectrale de la dérivée seconde avec la méthode aux différences finies considérée. Pour un schéma aux différences finies explicite d'ordre quatre, on a $a = 4/3$, $b = -1/3$ et $\alpha = \beta = c = 0$ en se référant à les annexes de Ghaffari (2014) [20]. Donc en remplaçant les coefficients dans la relation analytique du nombre d'onde modifié, suivant Lele (1992) [5], le nombre d'onde modifié pour la dérivée seconde considérée est

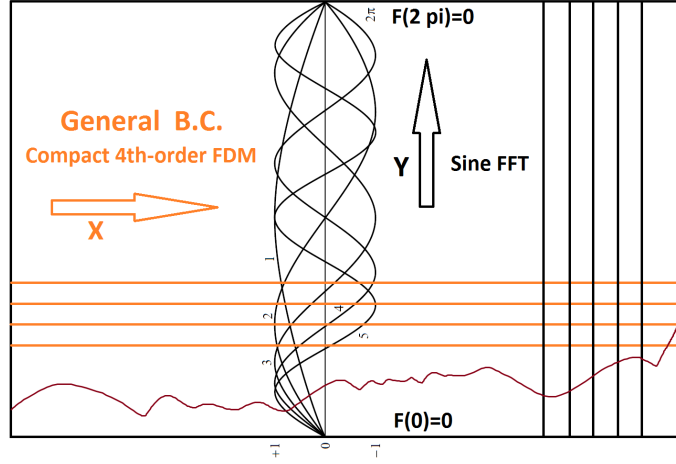


Figure 2: Une représentation schématique du domaine de la solution pour le solveur rapide de l'équation de Poisson. Les opérations dans les directions x et y sont découplées. Dans la direction x des conditions aux limites générales peuvent être utilisées grâce aux schémas aux différences finies. Dans la direction y des conditions aux limites d'imperméabilité et de glissement (Dirichlet homogène, i.e., $\psi = \omega = 0$) sont imposées pour pouvoir utiliser la transformée en *sinus*.

donné par la relation suivante :

$$k_y'^2 = \frac{1}{\Delta y^2} \left[\frac{8}{3} \left(1 - \cos\left(\frac{k_y \pi}{N_y}\right) \right) - \frac{1}{6} \left(1 - \cos\left(\frac{2k_y \pi}{N_y}\right) \right) \right] \quad (22)$$

Le système tri-diagonal à résoudre (c.f. les annexes de [20] pour le solveur) dans l'espace Fourier pour chaque nombre d'onde de $\hat{\psi}$ dans la direction y est :

$$\beta \hat{\psi}_{i+1,m} - (2\beta + k_y'^2) \hat{\psi}_{i,m} + \beta \hat{\psi}_{i-1,m} = -(\hat{\omega}_{i+1,m} + 10 \hat{\omega}_{i,m} + \hat{\omega}_{i-1,m})/12 \quad (23)$$

pour $i = 2, \dots, N_x - 1$, où $\beta = \Delta x^{-2} - k_y'^2/12$. Les opérations dans les directions x et y sont découplées, voir la FIGURE 2. En résumé, on applique d'abord une FFT directe 1D à terme de forçage ω dans la direction y . Ensuite, pour chaque ligne dans la direction x , le système tri-diagonal (23) est résolu, pour trouver la solution dans l'espace de Fourier. Finalement, pour revenir à l'espace physique, on applique une FFT inverse dans la direction y à la solution, ligne par ligne. Pour les données réelles avec conditions aux limites nulles sur les bords (Dirichlet homogène, i.e., $\psi = \omega = 0$, correspondant à des conditions aux limites d'imperméabilité et de glissement), la transformée de Fourier naturelle à utiliser est la transformée en *sinus* [6], présentée dans les annexes de [20].

6 Modèle cinématique de nage anguilliforme

Dans cette étude, la déformation du corps mobile est imposée. Le corps est représenté par un domaine discrétisé sur un maillage lagrangien structuré et mobile, illustré sur la FIGURE 5. Il interagit avec le fluide environnant en exerçant des forces hydrodynamiques et des moments, calculés sur le maillage eulérien de référence. La forme générique du poisson repose sur un profil de type NACA défini par :

$$w(s) = \begin{cases} \sqrt{2w_h\xi - \xi^2} & 0 \leq \xi < s_b \\ w_h - (w_h - w_t)\left(\frac{\xi - s_b}{s_t - s_b}\right)^2 & s_b \leq \xi < s_t \\ w_t \frac{L - \xi}{L - s_t} & s_t \leq \xi \leq L \end{cases} \quad (24)$$

où L est la longueur du poisson, $w_h = s_b = 0.04L$, $s_t = 0.95L$ et $w_t = 0.01L$. Le profil générique (24) est illustré sur la FIGURE 3. Ce profil se déforme avec une courbure imposée, d'une longueur d'onde spatial λ suivant sa ligne de symétrie, i.e., la colonne vertébrale du poisson. Un modèle de déformation de la colonne vertébrale selon l'équation (25) est démontré sur la FIGURE 4. La longueur L du poisson reste constant. La cinématique de nage pour la majorité

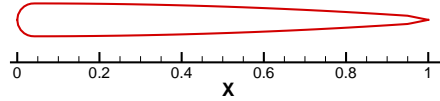


Figure 3: Profil du poisson donné par l'équation (24) avant déformation.

des poissons de type *anguilliforme* et *carangiforme* peut être modélisée par la déformation de colonne vertébrale suivant un mouvement sinusoïdale

$$y(x, t) = a(x) \sin(2\pi(x/\lambda + ft)) \quad (25)$$

où λ est la longueur d'onde de déformation imposée, f représente la fréquence de battement de la colonne vertébrale et l'enveloppe $a(x)$ est donnée dans le repère cartésien par

$$a(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 \quad (26)$$

La longueur d'onde de déformation du poisson est définie dans le repère cartésien. Par la suite, on utilisera la théorie exacte des poutres non-linéaires pour la quantification de la cinématique du poisson, par conséquent à la place des coordonnées dans le repère cartésien la courbure ponctuelle de la colonne vertébrale est la seule nécessaire. La dérivée seconde de l'équation (25) nous donne le courbure :

$$k(\xi, t) = (2a_2 - (2\pi/\lambda)^2 a(\xi)) \sin(2\pi(\xi/\lambda + ft)) + (4\pi(a_1 + 2a_2\xi)/\lambda) \cos(2\pi(\xi/\lambda + ft)) \quad (27)$$

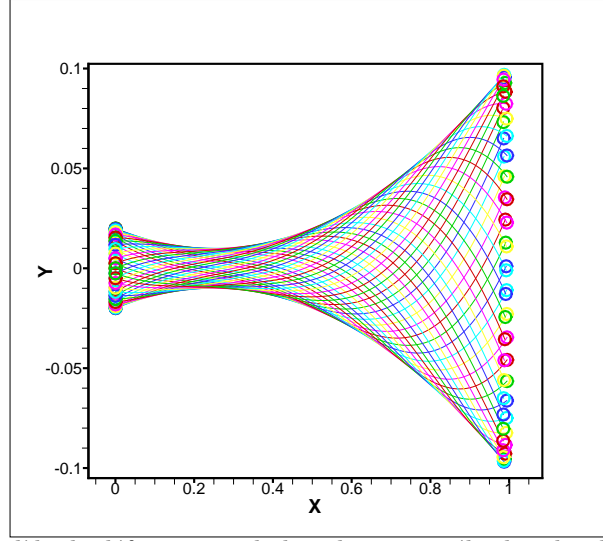


Figure 4: Modèle de déformation de la colonne vertébrale selon l'équation (25) pendant une période avec $a_0 = 0.02$, $a_1 = -0.08$, $a_2 = 0.16$, $L = 1$ et $\lambda = -1.5$.

où $a(\xi) = a_0 + a_1\xi + a_2\xi^2$. L'utilisation de la courbure du poisson constitue un cadre général pour décrire le mouvement du poisson. La courbure est indépendante de la direction, donc la technique est particulièrement efficace pour représenter la colonne vertébrale du poisson lorsqu'il tourne.

La théorie exacte des poutres non-linéaires a été développée par Simo (1985) [4] et elle est prolongée pour la colonne vertébrale des poissons qui nagent, par Boyer et al. (2006) [12]. Dans cette théorie, la poutre est considérée comme un assemblage de sections rigides avec une épaisseur infinitésimale, i.e., un milieu unidimensionnel de Cosserat. Suivant les études de Boyer (2006) [12], Rafei et al. (2008) [14] et Belkhiri (2013) [19] en commençant par l'état de la tête comme condition de bord, la cinématique de la colonne vertébrale peut être déterminée par intégration sur la longueur de l'arc $\xi \in [0, L]$ du poisson. La variation de l'orientation le long de la colonne vertébrale en utilisant les quaternions est donnée par :

$$\frac{\partial Q}{\partial \xi} = \frac{1}{2} M^\vee(K) Q \quad (28)$$

où $Q = (\cos \frac{\phi}{2}, a_x \sin \frac{\phi}{2}, a_y \sin \frac{\phi}{2}, a_z \sin \frac{\phi}{2})^T$ sont les vecteurs unités, $(q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2)^{1/2} = 1$ des quaternions qui représentent l'orientation du référentiel attaché au corps par rapport au référentiel inertiel (galiléen) et $M^\vee(K)$ est un

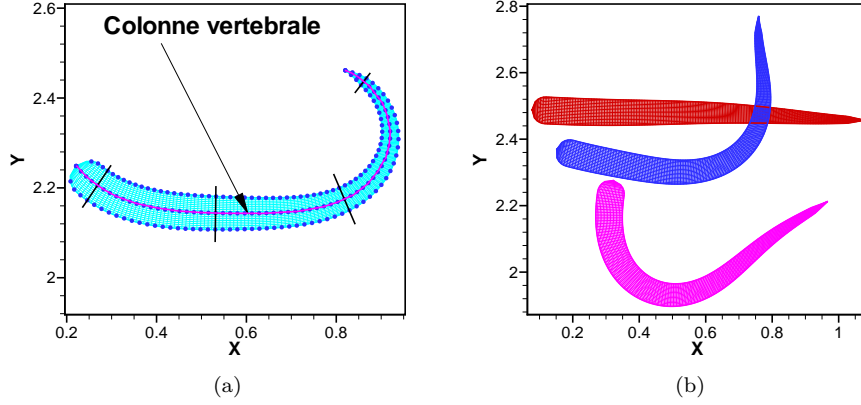


Figure 5: (a) Les étapes de constructions du maillage structuré avec les lignes normales à la colonne vertébrale sur chaque point discret. (b) Des maillages lagrangiens structurés (mobile et déformable) qui recouvrent le poisson nageant.

tenseur anti-symétrique

$$M^\vee(K) = \begin{bmatrix} 0 & -k_1 & -k_2 & -k_3 \\ k_1 & 0 & k_3 & -k_2 \\ k_2 & -k_3 & 0 & k_1 \\ k_3 & k_2 & -k_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (29)$$

où k_2 et k_3 dans $K = (k_1, k_2, k_3)^T$ représentent la courbure transversale de la colonne vertébrale et k_1 représente le taux de rotation (twist) de la section autour de la colonne vertébrale avec une normale alignée sur la direction ξ . La géométrie $R = (x, y, z)^T$ dans le référentiel galiléen est donnée par :

$$\frac{\partial R}{\partial \xi} = \text{Rot}(Q) \Gamma \quad (30)$$

où $\Gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)^T$ représente le cisaillement transversal local des sections dont la première composante est le taux d'étirement le long de la direction ξ . La matrice de rotation $\text{Rot}(Q)$ basée sur les quaternions est donnée par :

$$\text{Rot}(Q) = 2 \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - \frac{1}{2} & q_1 q_2 - q_0 q_3 & q_1 q_3 + q_0 q_2 \\ q_1 q_2 + q_0 q_3 & q_0^2 + q_2^2 - \frac{1}{2} & q_2 q_3 - q_0 q_1 \\ q_1 q_3 - q_0 q_2 & q_2 q_3 + q_0 q_1 & q_0^2 + q_3^2 - \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (31)$$

Les variations des vitesses linéaires $V = (v_1, v_2, v_3)^T$ et angulaires $\Omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)^T$ moyennes dans le référentiel local, i.e., le référentiel attaché au corps, sont données par:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \begin{bmatrix} V \\ \Omega \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} K^\vee & \Gamma^\vee \\ 0 & K^\vee \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ \Omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\Gamma} \\ \dot{K} \end{bmatrix} \quad (32)$$

où $\dot{\Gamma}$ et \dot{K} représentent les dérivées temporelles de Γ et K . Dans l'équation (32), K^\vee et Γ^\vee sont des matrices anti-symétriques construites à partir des vecteurs donnés, par exemple :

$$K^\vee = \begin{bmatrix} 0 & -k_3 & k_2 \\ k_3 & 0 & -k_1 \\ -k_2 & k_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (33)$$

L'accélération peut être déduite par dérivation temporelle de l'équation (32). Pour plus de détails, on se référera à Boyer (2006) [12], Rafei et al. (2008) [14] et Belkhir (2013). Pour trouver les vitesses dans le référentiel attaché au corps, à partir des vitesses représentées dans le référentiel galiléen et l'inverse, on utilise :

$$(v_1, v_2, v_3)^T = Rot^T(v_x, v_y, v_z)^T \quad (34)$$

Avec N ($1, \dots, N_{points}$) points discrets sur la colonne vertébrale du poisson, les équations (28), (30) and (32) doivent être intégrées ensemble le long de la colonne vertébrale par une méthode numérique (en 3D on obtient $N_{eq} = 13$ équations).

Après détermination de la géométrie et des vitesses de la colonne vertébrale, un maillage lagrangien structuré se forme avec les lignes normales à la colonne vertébrale sur chaque point discret, avec l'épaisseur donnée par l'équation (24). Des exemples sont donnés sur les FIGURE 6 et FIGURE 5. Les composantes des vitesses V_{corps} de chaque point sur le maillage lagrangien structuré avec les indices (I, J) sont données par

$$\vec{V}_{corps}(I, J) = \vec{V}_{CV}(I) + \vec{\Omega}_{CV}(I) \times \mathbf{r}(I, J) \quad (35)$$

où \vec{V}_{CV} et $\vec{\Omega}_{CV}$ sont les vitesses linéaire et angulaire de la colonne vertébrale, données par l'équation (32). Les vitesses évaluées sur le maillage lagrangien doivent être transférées sur le maillage eulérien par interpolation. Dans le cadre de cette étude, on utilise une interpolation linéaire du type $f(x, y) = axy + bx + cy + d$. Dans cette étude, l'algorithme 1 est proposé pour le traitement de l'interaction fluide-structure dans les écoulements bidimensionnels. L'organigramme en résumé est décrit sur la FIGURE 7.

7 Changement de direction du poisson

Un poisson anguilliforme peut nager vers un objectif prescrit, grâce au changement de courbure moyenne de sa colonne vertébrale. Il utilise son corps comme un gouvernail pour tourner. Dans le cadre de cette étude, l'objectif du poisson consiste à nager vers un objet, situé en un point fixe qui est prédéfini dans le domaine physique. On propose une loi efficace pour contrôler la courbure de la colonne vertébrale d'un poisson lorsque celui-ci souhaite effectuer un changement de direction. Dans le cas de la nage anguilliforme la longueur du poisson

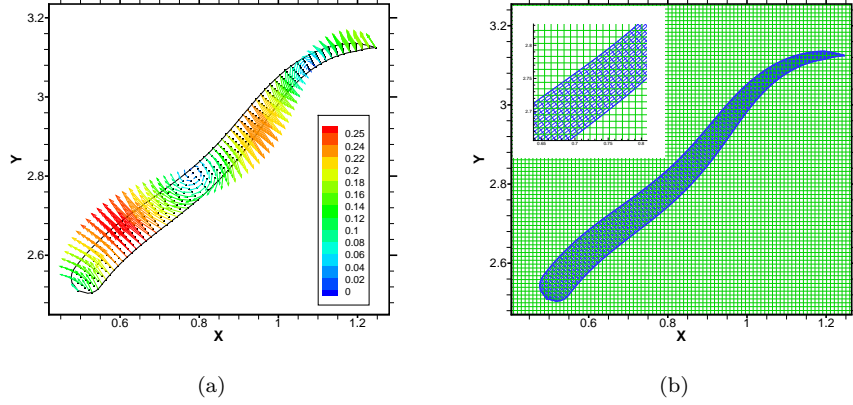


Figure 6: (a) Maillage lagrangien structuré qui couvre le poisson en déformation et les vitesses correspondantes de chaque point, colorées suivant l'intensité de la vitesse (absolue) $\sqrt{u^2 + v^2}$. (b) Maillage lagrangien structuré ($Im_b \times Jm_b = 121 \times 19$).

est constant, donc sur la colonne vertébrale on a le taux d'étirement constant et le cisaillement local de zéro, i.e., $\Gamma = (1, 0, 0)$. Dans le cas de la nage bidimensionnel on a qu'un seul courbure à imposer, i.e., k_3 , le taux de rotation (twist) et la courbure transversal sont zéro, par conséquent on a $K = (0, 0, k_3)$. Pour atteindre un objectif prédéfini, notre modèle convient d'ajouter une courbure constante $k_{\text{offset}}(\theta_{\text{des}}, t)$ le long de colonne vertébrale $\xi \in [0, l_{\text{fish}}]$, sur son mode de propulsion primaire $k(\xi, t)$, i.e.,

$$k_3 = k(\xi, t) + k_{\text{offset}} \quad (36)$$

où $k(\xi, t)$ est la courbure due au mouvement sinusoïdale donné par l'équation (27). Afin d'effectuer un mouvement physiquement raisonnable, le changement de courbure rajoutée k_{offset} suivant l'équation (38) doit être intégré progressivement au cours de temps, i.e., à l'ordre $O(\Delta t)$. Pour un poisson qui nage tout droit, k_{offset} est égal à zéro. Pour effectuer un changement de direction, une courbure désirée k_{des} doit être estimée avec la relation suivante,

$$k_{\text{des}}(\theta_{\text{des}}) = \begin{cases} -\text{sgn}(\theta_{\text{des}}) k_{\text{max}} & |\theta_{\text{des}}| \geq \theta_{\text{limit}} \\ -\text{sgn}(\theta_{\text{des}}) k_{\text{max}} \left(\frac{\theta_{\text{des}}}{\theta_{\text{limit}}} \right)^2 & \text{else} \end{cases} \quad (37)$$

où sgn représente la fonction signe, i.e., $\text{sgn}(\theta_{\text{des}}) = \theta_{\text{des}}/|\theta_{\text{des}}|$, ici θ_{limit} est la limite de la région de croissance hyperbolique de $k_{\text{des}}(\theta_{\text{des}})$, voir la FIGURE 8 (b). Les valeurs positives et négatives de θ_{des} (dans le référentiel attaché au corps) conduit le poisson à tourner à gauche et à droite, respectivement. Pour une représentation schématique de l'angle désiré θ_{des} , il convient de se reporter

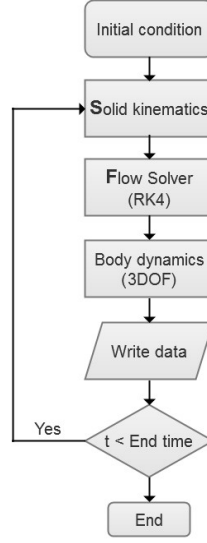


Figure 7: Organigramme de l'algorithme d'interaction fluide-structure.

à la FIGURE 9.

A chaque pas de temps, d'abord l'angle désiré θ_{des} doit être calculé selon la position et la direction de la tête tout en visant l'objectif. Après cela, en utilisant l'équation (37), une courbure désirée k_{des} doit être estimée. Ensuite, k_{offset} peut être calculé avec la relation suivante,

$$k_{\text{offset}}^{n+1}(k_{\text{des}}) = \begin{cases} k_{\text{offset}}^n + \Delta k & k < k_{\text{des}} \\ k_{\text{offset}}^n - \Delta k & k > k_{\text{des}} \\ k_{\text{offset}}^n & k = k_{\text{des}} \end{cases} \quad (38)$$

où $\Delta k = \Delta t \pi / T$. Finalement on rajoute k_{offset} à la courbure initiale de la colonne vertébrale, suivant l'équation (36), afin que le poisson réalise un changement de direction pendant son déplacement. En résumé connaissant la direction, la position et les vitesses linéaire et angulaire de la tête du poisson les équations (28), (30) et (32) doivent être intégrées simultanément le long du poisson pour trouver les positions et les vitesses de la colonne vertébrale.

On considère $Im_b = 251$ points discrets sur la colonne vertébrale du poisson et $Jm_b = 39$ points dans la direction latérale, pour construire le maillage lagrangien qui couvre le poisson. En choisissant $k_{\text{max}} = \pi$ dans l'équation (37) le poisson se met en forme d'un demi-cercle quand il tourne avec sa courbure maximum. Comme dans les études de Bergmann et Iollo (2011) [16] on utilise $\theta_{\text{limit}} = \pi/4$, voir la FIGURE 8 (b). La dérivée temporelle de la courbure dk/dt est nécessaire dans l'équation (32) pour calculer les vitesses et peut être estimée numériquement.

Une simulation est effectuée pour montrer la performance de l'algorithme proposé, qui mène le poisson vers son objectif de position prédéfinie. La taille du domaine de la solution est $(x, y) \in [0, 5l_{\text{fish}}] \times [0, 5l_{\text{fish}}]$, le maillage eulérien est composé de 1024×1024 points, le paramètre de pénalisation est $\eta = 10^{-3}$, la bande de filtrage des coefficients hydrodynamiques est $\delta = 0.005$, la fréquence de battement du poisson $f = 1$ et la longueur d'onde de déformation de son corps est $\lambda = 1$. L'enveloppe de la colonne vertébrale est paramétrée avec $a_2 = 0$, $a_1 = 0.125/(1+c)$, $a_0 = 0.125c/(1+c)$ et $c = 0.03125$.

Le profil du poisson est donné par l'équation (24) et est illustré sur la FIGURE 3. La viscosité cinématique utilisée est $\nu = 1.4 \times 10^{-4}$, la position initiale de la tête est $(x_0, y_0) = (0.1L_x, 0.5L_y)$ et l'angle initial de la tête est $\theta_0 = 0$. La FIGURE 10 (a-f) montre quelques distributions instantanées des champs de vorticité obtenus lors de la simulation de la nage du poisson considérée vers un objectif prédéfini situé à $(x_f, y_f) = (0.9L_x, 0.5L_y)$. La simulation commence avec le corps et le fluide environnant au repos, i.e., $\mathbf{u}_B(\mathbf{x}, 0) = 0$ et $\omega(\mathbf{x}, 0) = \psi(\mathbf{x}, 0) = 0$. Des conditions aux limites d'imperméabilité et de glissement (Dirichlet homogène, i.e., $\psi|_{\partial\Omega} = \omega|_{\partial\Omega} = 0$) sont imposées sur les bords. Le mise en marche du poisson est s'accompagner d'un accroissement progressif de la courbure de la colonne vertébrale selon l'équation (36) au cours de la première période T . Du fait de la fonction sinusoïdale modèle qui est tracée sur la FIGURE 8 (a), la courbure s'accroît progressivement de zéro jusqu'à sa valeur prévue. Arrivé à proximité de l'objectif ($r_{\text{objectif}} = 0.5l_{\text{poisson}}$), la courbure de la colonne vertébrale du poisson, donnée par l'équation (36), tend vers zéro (voir les FIGURES 10 et 12) en la multipliant par la fonction suivante,

$$C(t) = \frac{t_f - t}{t_f - t_i} + \frac{1}{2\pi} \sin\left(2\pi \frac{t - t_i}{t_f - t_i}\right), \quad t \in [t_i, t_f] \quad (39)$$

qui est l'inverse de la fonction présentée sur la FIGURE 8 (a), avec $t_i = t_{\text{arriver}}$, $t_f = t_{\text{arriver}} + T$ pour faire décroître progressivement la courbure de la colonne vertébrale au cours d'une période. Les positions successives du poisson représentées par sa colonne vertébrale au cours de sa nage vers son objectif prédéfini situé à $(x_f, y_f) = (0.9L_x, 0.5L_y)$ sont représentées pour $t \in [0, 15]$ sur la FIGURE 12. On peut constater sur la FIGURE 10 (a-f) que les valeurs du champ de vorticité initialement égales à zéro (correspondant au repos du poisson et du fluide environnant) s'accro ssent rapidement $\omega \in [-200, 220]$ au cours du changement de direction. Lors de la nage suivant une ligne droite, les valeurs du champ de vorticité oscillent dans la gamme de $\omega \in [-60, 70]$. Finalement à proximité de l'objectif, l'amplitude du battement du corps se réduit suivant l'équation (39), les valeurs du champ de vorticité d cro ssent pour être dans la gamme de $\omega \in [-28, 25]$.

Un point selle dans l'écoulement correspond à une stagnation de fluide par suite de collision de deux courants. La succession des points selles et des centres (correspondant aux centre des tourbillons) qui se manifestent dans l'écoulement

autour du poisson sont montrées en FIGURE 11. Ce sont les caractéristiques communes des écoulements séparés d'une surface. Pour calculer le champ de pression, une équation de Poisson est extraite des équations de quantité de mouvement (1) :

$$\nabla \cdot (\nabla p) = -\rho_f \nabla \cdot [(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}] - \rho_f \nabla \cdot \mathbf{F} \quad (40)$$

Pour l'algorithme proposé cela peut se simplifier selon la forme suivante :

$$\nabla^2 p = 2\rho_f(u_x v_y - u_y v_x) - \rho_f \nabla \cdot [\eta^{-1} \chi(\mathbf{u} - \mathbf{u}_p)] \quad (41)$$

où les conditions aux limites de type Neumann $\partial p / \partial \mathbf{n}|_{\partial \Omega} = 0$ sont imposées sur les bords du domaine rectangulaire. En utilisant une méthode aux différences finies d'ordre deux on a

$$p_1 = (4p_2 - p_3)/3$$

sur la paroi gauche. Des relations similaires aux frontières vers l'arrière-aval peuvent être déduites pour les quatre bords du domaine. L'équation de Poisson (41) après discrétisation conduit à un système d'équations linéaires. On utilise la méthode de sur-relaxation successive, qui est une variante de la méthode de Gauss-Seidel, pour résoudre le système d'équations linéaires [6]. Grâce à un balayeur de type échiquier (rouge et noir) l'efficacité de la méthode de Gauss-Seidel peut encore être accrue, parce que les valeurs les plus récentes sont toujours utilisées au cours des itérations. Dans cette étude le champ de pression est calculé une fois sur 500 itérations. En effet, la pression n'est plus présente dans l'algorithme et ne servira que pour les analyses nécessaires et la visualisation. En présence des conditions aux bords de type Neumann les solutions de l'équation de Poisson sont singulières et multiples à une constante près. Pour éviter cela dans les solutions de l'équation de Poisson, au cours des itérations la valeur de la pression au centre du domaine est forcée à $p_\infty = 1$, i.e.,

$$p(N_x/2, N_y/2) = p_\infty$$

Quelques représentations instantanées des champs de pression sont montrées sur la FIGURE 10 (g-l). Les régions de surpression et de dépression sont alternativement visibles de part et d'autre du poisson lors de son avancement. Comme prévu, les contours de pression sont normaux à la surface du poisson. Dans l'écoulement les centres des tourbillons correspondent à des régions de dépression. La déviation du champ de pression par rapport à $p_\infty = 1$ s'accroît à $p \in [-21, 27]$ une fois que le battement commence et décroît très vite, lorsque à $t = 15$ le battement s'arrête à proximité de l'objectif. Cela est en contradiction claire avec le champ de vorticité qui perdure même après l'arrêt du poisson, ce qui démontre la nature elliptique du champ de pression vis-à-vis de la nature parabolique du champ de vorticité. Une région de surpression est visible entre la tête et la queue du poisson quand celui ci tourne en configurant un demi-cercle

avec la courbure rajoutée maximum, i.e., $k = \pi$, qui correspond bien à ce que a été constaté par Gazzola et al. (2012) [18].

Comme démontrée par Gazzola et al. (2012) [18] la manœuvre de retournement en fer à cheval est un mécanisme efficace pour changer la direction de la nage et repartir en même temps. En se configurant en demi-cercle les larves stockent un volume considérable de fluide qu'il éjectera pour accélérer et repartir. Quand des objets rigides font face à un écoulement, comme les moyen de transport industrielle, la pression maximum se manifeste au point de stagnation du front. Dans le cas de la nage des poissons, contrairement au déplacement classique de corps rigides, le point de stagnation ne se trouve plus au nez de l'objet. Lors de la nage les régions de surpression et dépression se développent de part et d'autre du poisson, engendrant des points de stagnation tout le long du profile du poisson. Dans l'étape finale de la nage après l'arrêt du battement à $t = 15$, démontré sur la FIGURE 10 (1), une zone de surpression réapparaît devant la tête du poisson.

Le lissage de la fonction caractéristique $\bar{\chi}$ par l'équation (7), génère des champs de pression réguliers. Aucune oscillation du champ de pression à l'intérieur et l'extérieur du poisson n'est visible. Grâce au modèle de rotation proposée qui superpose une courbure en fonction de temps (constant le long du poisson) sur le mode sinusoïdal de propulsion, le poisson initialement au repos effectue un changement de direction de 180° dans une aire qui correspond à environ 1.3 fois sa longueur.

8 Conclusion

Dans cette étude, une méthode numérique précise et efficace est proposée pour la simulation de corps déformables interagissant avec un écoulement incompressible. Les équations de Navier–Stokes, considérées dans leur formulation vorticité fonction de courant, sont discrétisées temporellement et spatialement à l'aide respectivement d'un schéma d'ordre quatre de Runge–Kutta et par des différences finies compactes. Grâce à l'utilisation d'un maillage uniforme, nous proposons un nouveau solveur direct au quatrième ordre pour l'équation de Poisson, permettant de garantir la contrainte d'incompressibilité au niveau du zéro machine sur une grille optimale. L'introduction d'un corps déformable et mobile dans l'écoulement de fluide est réalisée au moyen d'une méthode de pénalisation de volume. La déformation du corps est imposée par l'utilisation d'un maillage lagrangien structuré et mobile qui interagit avec le fluide environnant en produisant des forces hydrodynamiques et des moments (calculés sur le maillage eulérien de référence). Une loi efficace, de contrôle de la courbure du poisson anguilliforme nageant vers son objectif prescrit est proposée. Grâce à ce modèle, le poisson initialement au repos effectue un changement de direction complet dans une aire qui correspond à 1.3 fois sa longueur. La loi de con-

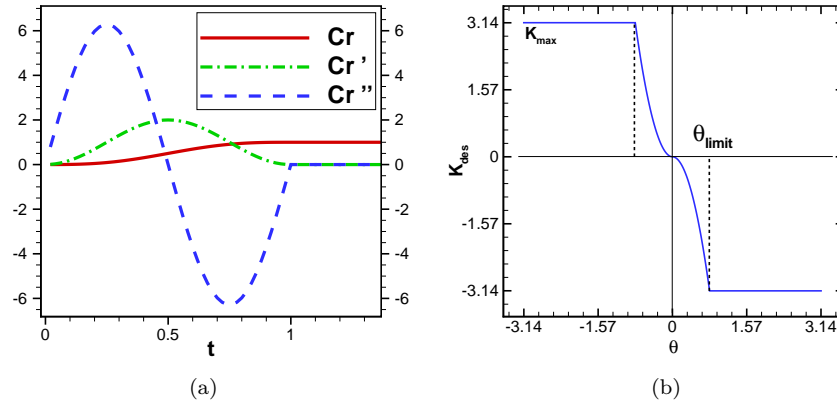


Figure 8: (a) Fonction proposée par Boyer et al. (2006) [12] pour augmenter progressivement la courbure de la colonne vertébrale du poisson : $Cr(t) = t' - \sin(2\pi t')/(2\pi)$, $t \in [t_i, t_f]$ avec $t' = (t - t_i)/(t_f - t_i)$, $t_i = 0$ et $t_f = 1$. A $t = 0$ et $t = 1$ les limites à gauche et les limites à droite sont égales pour la fonction Cr et pour ses dérivées première Cr' et seconde Cr'' . (b) Fonction proposée pour estimer la courbure désirée $k_{des}(\theta)$ suivant l'équation (37) avec $k_{max} = \pi$ et $\theta_{limit} = \pi/4$.

trôle de la courbure est basée sur la théorie exacte des poutres non-linéaires. La méthode numérique développée prouve son efficacité et sa précision tant dans le cas de la nage du poisson que dans le cas d'autres problèmes d'interactions fluide-structure comme la sédimentation d'un cylindre ou d'une ellipse. Le code est librement accessible et a été développé en FORTRAN [21].

References

- [1] F. G. Shuman, Numerical methods in weather prediction: II Smoothing and filtering. *Mon. Wea. Rev.*, Vol. 85, 357-361, 1957.
- [2] C. C. Holt, Forecasting trends and seasonal by exponentially weighted averages. *Office of Naval Research Memorandum, Carnegie Institute of Technology* 52, 1957.
- [3] E. Arquis et J.P. Caltagirone, Sur les conditions hydrodynamiques au voisinage d'une interface milieu fluid - milieux poreux: application à la convection naturelle. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, Paris*, 2(299), 1-4, 1984.

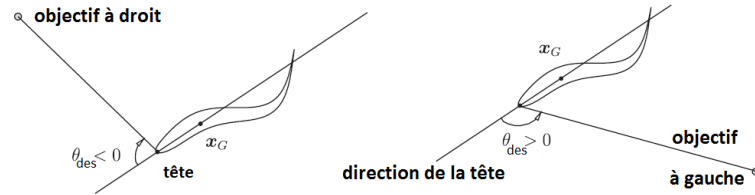


Figure 9: Une représentation schématique de l'angle désiré pour contrôler la courbure rajoutée k_{offset} (le long de colonne vertébrale) du poisson afin de le diriger vers son objectif. Ici $\theta_{\text{des}} = \theta_{\text{objectif}} - \theta_{\text{tête}}$ est l'angle entre la direction de la tête et la ligne reliant la tête à la position de son objectif, $(-\pi < \theta_{\text{des}} < \pi)$. Image adoptée d'après Bergmann et Iollo (2011) [16] avec quelques modifications.

- [4] J. C. Simo, A finite strain beam formulation. The three-dimensional dynamic problem. Part I, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 49, 55-70, 1985.
- [5] S. K. Lele, Compact finite difference schemes with spectral-like resolution. *Journal of Computational Physics*, Vol. 103, 16-42, 1992.
- [6] H. Press, A. Teukolsky, T. Vetterling and P. Flannery, Numerical Recipes in Fortran 77 : The Art of Scientific Computing. 2nd Edition, *Cambridge University Press*, ISBN: 0-521-43064-X, 1992.
- [7] P. Angot, C.-H. Bruneau and P. Fabrie. A penalization method to take into account obstacles in incompressible viscous flows. *Numerische Mathematik*, Vol. 81, no. 4, 497-520, 1999.
- [8] K. Khadra, P. Angot, S. Parniex and J. P. Caltagirone. Fictitious domain approach for numerical modelling of Navier–Stokes equations. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 34, 651-684, 2000.
- [9] M. Forestier, Etude par méthode spectrale de sillages tridimensionnels en fluide stratifié. *Thèse de Doctorat, Université de Nice-Sophia*, 2000.
- [10] P. Orlandi, Fluid flow phenomena: A numerical toolkit. *Springer*, 2000.
- [11] R. Pasquetti, R. Bwemba and L. Cousin, A pseudo-penalization method for high Reynolds number unsteady flows. *Applied Numerical Mathematics*, Vol. 58, 946-954, 2008.
- [12] F. Boyer, M. Porez and W. Khalil, Macro-continuous computed torque algorithm for a three-dimensional eel-like robot. *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 22, No. 4, 763-775, August 2006.

- [13] M. Minguez, Simulations des grandes échelles de haute précision d'écoulements turbulents autour de géométries complexes : application à un modèle de véhicule automobile [Large eddy simulation of turbulent flows over complex geometries: Application to a simplified car model]. *PhD thesis, Université Paul Cézanne, Aix-Marseille III*, 2008.
- [14] M. El Rafei, M. Alamir, N. Marchand, M. Porez and F. Boyer, Multi-variable constrained control approach for a three-dimensional Eel-like robot. *IEEE/RSJ 2008 International Conference on Intelligent Robots and Systems, IROS*, Nice, France, 2008.
- [15] D. Kolomenskiy and K. Schneider. A Fourier spectral method for the Navier–Stokes equations with volume penalization for moving solid obstacles. *Journal of Computational Physics*, Vol. 228, no. 16, 5687-5709, 2009.
- [16] M. Bergmann and A. Iollo, Modeling and simulation of fish-like swimming. *Journal of Computational Physics*, Vol. 230, 329-348, 2011.
- [17] M. Gazzola, P. Chatelain, W. M. van Rees and P. Koumoutsakos, Simulations of single and multiple swimmers with non-divergence free deforming geometries. *Journal of Computational Physics*, Vol. 230, 7093-7114, 2011.
- [18] M. Gazzola, W. M. Van Rees and P. Koumoutsakos, C-start: optimal start of larval fish. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 698, 5-18, 2012.
- [19] A. Belkhiri, Modélisation dynamique de la locomotion compliant : Application au vol battant bio-inspiré de l'insecte. *Thèse de doctorat, École nationale supérieure des mines de Nantes*, 2013.
- [20] S. A. Ghaffari, Simulations numériques d'écoulements incompressibles interagissant avec un corps déformable : application à la nage des poissons. *Thèse de doctorat, Aix-Marseille université*, 2014.
- [21] *Le code a été développé en FORTRAN et accessible sur demande:*
ghaffari@L3m.univ-mrs.fr ou s.amin.ghaffary@gmail.com

Algorithm 1 L'algorithme d'interaction fluide-structure

1. INTRODUCTION D'UN ÉTAT INITIAL
 2. CINÉMATIQUE DE CORPS
 - (a) (Spécifiquement pour le poisson) Construction de la colonne vertébrale du poisson par l'intégration des équations (28), (30) et (32)
 - (b) (Spécifiquement pour le poisson) Recouvrement du poisson par un maillage lagrangien structuré, puis calcul des vitesses en chaque point avec l'équation (35)
 - (c) Calcul de la fonction caractéristique $\chi(i, j)$ et lissage avec l'équation (7)
 - (d) Calcul du moment d'inertie I_{zz} autour du point de référence
 - (e) Calcul des composantes de vitesse du corps déformable $u_p(i, j), v_p(i, j)$ sur le maillage eulérien par interpolation (Lagrange \rightarrow Euler)
 3. INTÉGRATION TEMPORELLE DE L'ÉCOULEMENT AU MOYEN DU SCHÉMA RK4
 - (a) $\omega_0 = \omega^n, \psi_0 = \psi^n$
Pour $i = 1, 2, 3$ ($\alpha_1 = \alpha_2 = 1/2$ et $\alpha_3 = 1$)
 - (b) Calcul $k_i(\omega, \psi)^{i-1} = -\partial_y \psi \partial_x \omega + \partial_x \psi \partial_y \omega + \nu \nabla^2 \omega + \partial_x F_y - \partial_y F_x$
 - (c) $\omega_i = \omega^n + \alpha_i \Delta t k_i$
 - (d) Résolution de l'équation (4); $-\nabla^2 \psi_i = \omega_i$ pour mise à jour des vitesses (u, v)
Fin pour $i = 1, 2, 3$
 - (e) Calcul $k_4(\omega, \psi)^3 = -\partial_y \psi \partial_x \omega + \partial_x \psi \partial_y \omega + \nu \nabla^2 \omega + \partial_x F_y - \partial_y F_x$
 - (f) Mise à jour de la vorticit   ; $\omega^{n+1} = \omega^n + \frac{\Delta t}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$
 - (g) Résolution de l'équation (4); $-\nabla^2 \psi^{n+1} = \omega^{n+1}$
 4. DYNAMIQUE DU CORPS
 - (a) Calcul des coefficients hydrodynamiques du corps avec les équations (8) et (9)
 - (b) Débruitage des coefficients hydrodynamiques avec l'équation (10)
 - (c) Calcul des déplacements avec l'équation (13)
 - (d) Calcul du mouvement de rotation avec l'équation (15)
 5. ÉCRITURE DES DONNÉES NÉCESSAIRES DANS LES FICHIERS
 6. Si $T < T_{end}$, REPRENDRE L'ÉTAPE 2
 7. FIN
-

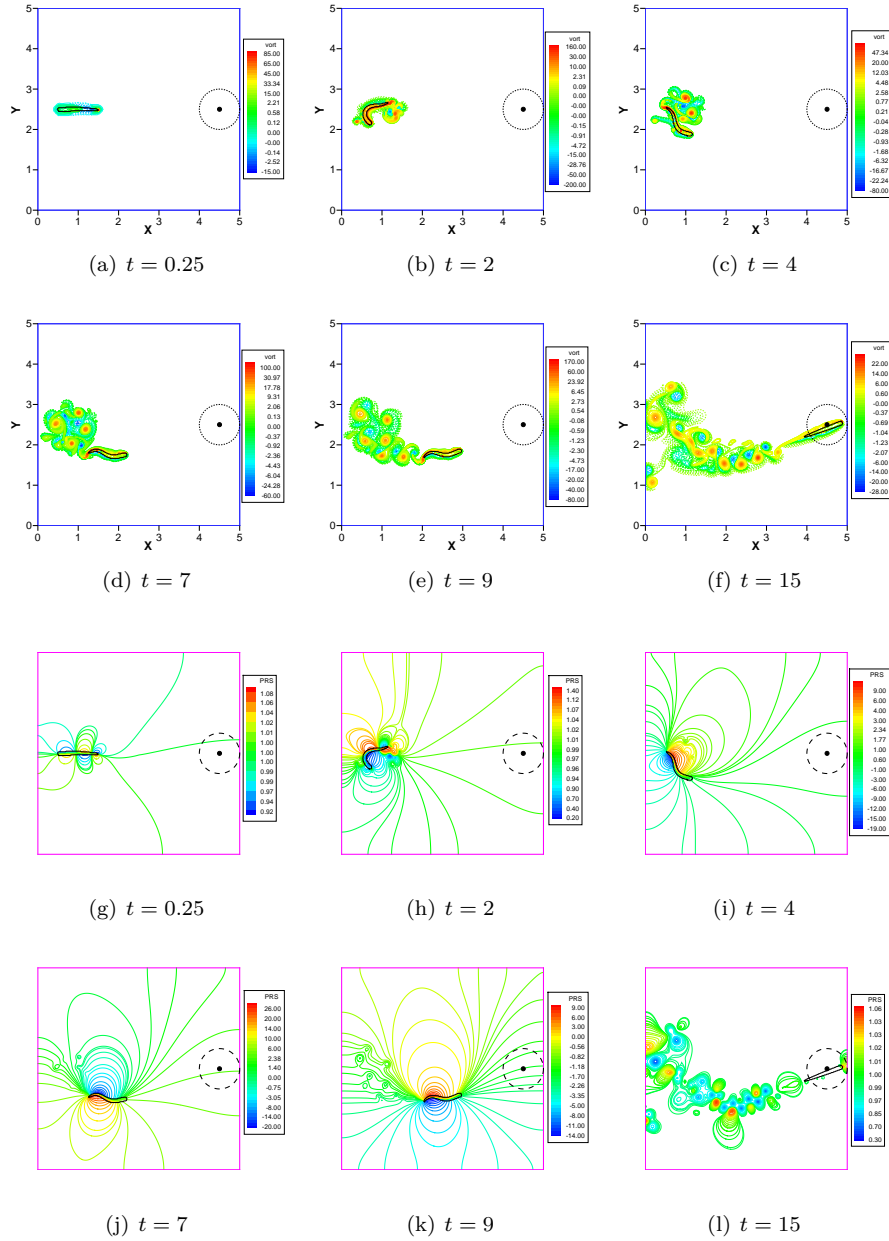


Figure 10: Les champs de vorticité (a-f) et de pression (g-l) autour du poisson (représenté par les lignes noires correspondant à $\chi = 0.2$) nageant vers un objectif prédéfini, situé au point $(x_f, y_f) = (0.9L_x, 0.5L_y)$. A $t = 0$ le poisson et le fluide environnant sont au repos. La domaine de la solution est $(x, y) \in [0, 5l_{fish}] \times [0, 5l_{fish}]$, la résolution du maillage eulérien est 1024×1024 , la résolution du maillage lagrangien est $(Im_b \times Jm_b = 251 \times 39)$, le paramètre de pénalisation est $\eta = 5 \times 10^{-4}$ et la viscosité cinématique est égale à $\nu = 1.4 \times 10^{-4}$.

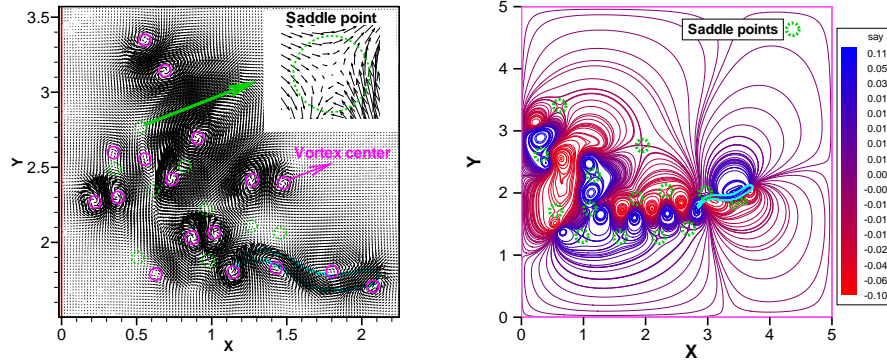


Figure 11: Les points selles (entouré des cercles en pointillés verts) et centres (entouré des cercles solides violets) dans l'écoulement séparé autour du poisson sont successivement lâchés. Deux tourbillons forment un dipôle (qui génère un jet localisée dans l'écoulement) pendant la rotation.

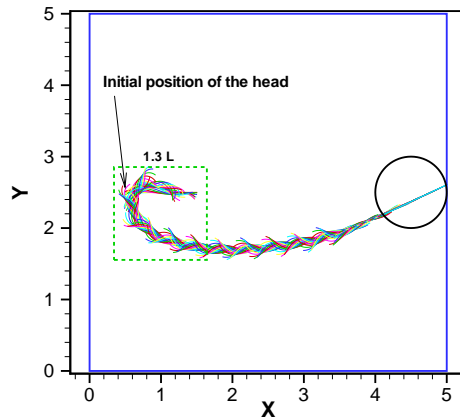


Figure 12: Les positions successives du poisson représentées par sa colonne vertébrale au cours de sa nage vers l'objectif prédéfini situé à $(x_f, y_f) = (0.9L_x, 0.5L_y)$ sont représentées pour $t \in [0, 15]$. Arrivé à proximité de l'objectif ($r_{\text{objectif}} = 0.5l_{\text{poisson}}$) la courbure de la colonne vertébrale du poisson, donnée par l'équation (36), tend vers zéro. Les champs de vorticité et de pression correspondants sont illustrés sur la FIGURE 10. Le poisson initialement au repos effectue un changement de direction de 180° dans une aire qui correspondant à environ 1.3 fois sa longueur.